Il dB: conosciamolo meglio

Il dB, si pronuncia deciBell, è un sottomultiplo del Bell, appunto un decimo di Bell.

Rappresenta il logaritmo di un rapporto tra valori della stessa grandezza in altre parole il rapporto tra due tensioni V1/V2, tra due impedenze Z1/Z2 e così via. Non può rappresentare il rapporto tra grandezze diverse tipo: V/I, V/R ecc.

E' un numero puro, cioè adimensionale. Il rapporto tra una tensione di 10 V e una di 5 V quindi 10/5 = 2. 2 e basta. Indica semplicemente che una tensione è doppia dell' altra, fine.

Noi siamo abituati ad indicare le misure con le loro unita': la lunghezza in metri, il peso in kg, ecc.. Con il dB esprimiamo semplicemente un rapporto tra due grandezze della stessa unita' di misura. Il dB, passatemi il termine, è una unità di misura fittizia.

Perché si è scelto di usare i logaritmi: perché i logaritmi ci permettono di semplificare certe operazioni, le moltiplicazioni diventano delle somme, le divisioni diventano sottrazioni ecc. Dobbiamo inevitabilmente accennare ai logaritmi.

I logaritmi più usati in elettronica sono i logaritmi in base 10 detti logaritmi volgari o logaritmi di Briggs. La definizione: il logaritmo di un numero (X) è l' esponente da dare alla base (10) per ottenere quel numero (X).
Per esempio il logaritmo di 2, dalle tabelle, è 0,3.
Significa che 10 (la base) elevato a 0,3 (logaritmo) restituisce 2
2 = 10^0,3.
D' ora in poi con la dicitura Log mi riferisco sempre al logaritmi In base 10.

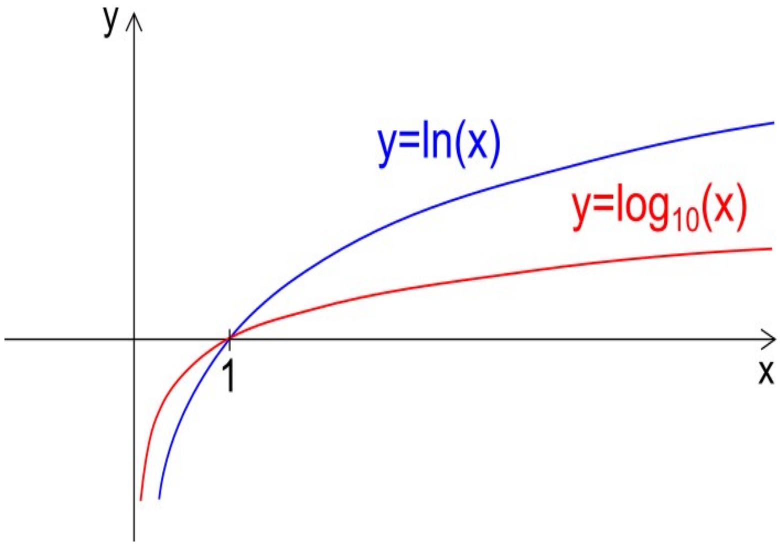
Calcolare il valore del logaritmo di un numero e' piuttosto complicato.
Esistono pertanto delle tabelle che ad un dato numero restituiscono Il suo logaritmo. Il log di 10 è 1. Quindi 10 elevato a 1 restituisce 10.
Il log di 1 è 0. Dalla matematica, qualunque numero elevato a 0 da come risultato 1 per cui 10^0 = 1.
Il log di 100 è 2, quindi 10^2 = 100
Il log di 1000 è 3, 10^3 restituisce 1000.
La slide successiva è un esempio di una tabella dei logaritmi. A fianco la rappresentazione grafica dell' andamento del valore del logaritmo dei numeri partendo da 0. Come potete notare i numeri minori di 1 hanno valore negativo, mentre quelli maggiori sono positivi.
Il logaritmo di 0 è praticamente inesistente e vale -∞ (meno infinito)

Table des logarithmes décimaux entre 0,01 et 1

N	ln(N)	N	ln(N)	N	ln(N)	N	ln(N)	N	ln(N)
0,01	–2	0,21	–0,677 78	0,41	–0,387 22	0,61	–0,214 67	0,81	–0,091 51
0,02	–1,698 97	0,22	–0,657 58	0,42	–0,376 75	0,62	–0,207 61	0,82	–0,086 19
0,03	–1,522 88	0,23	–0,638 27	0,43	–0,366 53	0,63	–0,200 66	0,83	–0,080 92
0,04	–1,397 94	0,24	–0,619 79	0,44	–0,356 55	0,64	–0,193 82	0,84	–0,075 72
0,05	–1,301 03	0,25	–0,602 06	0,45	–0,346 79	0,65	–0,187 09	0,85	–0,070 58
0,06	–1,221 85	0,26	–0,585 03	0,46	–0,337 24	0,66	–0,180 46	0,86	–0,065 5
0,07	–1,154 9	0,27	–0,568 64	0,47	–0,327 9	0,67	–0,173 93	0,87	–0,060 48
0,08	–1,096 91	0,28	–0,552 84	0,48	–0,318 76	0,68	–0,167 49	0,88	–0,055 52
0,09	–1,045 76	0,29	–0,537 6	0,49	–0,309 8	0,69	–0,161 15	0,89	–0,050 61
0,1	–1	0,3	–0,522 88	0,5	–0,301 03	0,7	–0,154 9	0,9	–0,045 76
0,11	–0,958 61	0,31	–0,508 64	0,51	–0,292 43	0,71	–0,148 74	0,91	–0,040 96
0,12	–0,920 82	0,32	–0,494 85	0,52	–0,284	0,72	–0,142 67	0,92	–0,036 21
0,13	–0,886 06	0,33	–0,481 49	0,53	–0,275 72	0,73	–0,136 68	0,93	–0,031 52
0,14	–0,853 87	0,34	–0,468 52	0,54	–0,267 61	0,74	–0,130 77	0,94	–0,026 87
0,15	–0,823 91	0,35	–0,455 93	0,55	–0,259 64	0,75	–0,124 94	0,95	–0,022 28
0,16	–0,795 88	0,36	–0,443 7	0,56	–0,251 81	0,76	–0,119 19	0,96	–0,017 73
0,17	–0,769 55	0,37	–0,431 8	0,57	–0,244 13	0,77	–0,113 51	0,97	–0,013 23
0,18	–0,744 73	0,38	–0,420 22	0,58	–0,236 57	0,78	–0,107 91	0,98	–0,008 77
0,19	–0,721 25	0,39	–0,408 94	0,59	–0,229 15	0,79	–0,102 37	0,99	–0,004 36
0,2	–0,698 97	0,4	–0,397 94	0,6	–0,221 85	0,8	–0,096 91	1	0

Table des logarithmes décimaux entre 1 et 100

N	ln(N)	N	ln(N)	N	ln(N)	N	ln(N)	N	ln(N)
1	0	21	1,322 22	41	1,612 78	61	1,785 33	81	1,908 49
2	0,301 03	22	1,342 42	42	1,623 25	62	1,792 39	82	1,913 81
3	0,477 12	23	1,361 73	43	1,633 47	63	1,799 34	83	1,919 08
4	0,602 06	24	1,380 21	44	1,643 45	64	1,806 18	84	1,924 28
5	0,698 97	25	1,397 94	45	1,653 21	65	1,812 91	85	1,929 42
6	0,778 15	26	1,414 97	46	1,662 76	66	1,819 54	86	1,934 5
7	0,845 1	27	1,431 36	47	1,672 1	67	1,826 07	87	1,939 52
8	0,903 09	28	1,447 16	48	1,681 24	68	1,832 51	88	1,944 48
9	0,954 24	29	1,462 4	49	1,690 2	69	1,838 85	89	1,949 39
10	1	30	1,477 12	50	1,698 97	70	1,845 1	90	1,954 24
11	1,041 39	31	1,491 36	51	1,707 57	71	1,851 26	91	1,959 04
12	1,079 18	32	1,505 15	52	1,716	72	1,857 33	92	1,963 79
13	1,113 94	33	1,518 51	53	1,724 28	73	1,863 32	93	1,968 48
14	1,146 13	34	1,531 48	54	1,732 39	74	1,869 23	94	1,973 13
15	1,176 09	35	1,544 07	55	1,740 36	75	1,875 06	95	1,977 72
16	1,204 12	36	1,556 3	56	1,748 19	76	1,880 81	96	1,982 27
17	1,230 45	37	1,568 2	57	1,755 87	77	1,886 49	97	1,986 77
18	1,255 27	38	1,579 78	58	1,763 43	78	1,892 09	98	1,991 23
19	1,278 75	39	1,591 06	59	1,770 85	79	1,897 63	99	1,995 64
20	1,301 03	40	1,602 06	60	1,778 15	80	1,903 09	100	2



I logaritmi semplificano le moltiplicazioni e le divisioni.
Forse un esempio potrebbe far capire meglio:
voglio eseguire la moltiplicazione tra i numeri 2 e 8 usando i logaritmi:
Log 2 = 0.3, log 8 = 0.903, log X = 0.3 + 0.903 = 1.203
Dalle tabelle cerco il numero che ha come logaritmo 1.203 e ottengo 16 (2 x 8 = 16).
Se voglio ottenere il cubo di 2.75: 2.75 x 2.75 x 2.75 = 20.796..
Con i logaritmi: log 2.75 = 0.43933 quindi
0.43933 + 0.43933 + 0.43933 = 1.317998
Dalle tabelle cerco il numero il cui logaritmo è 1.317998 e ottengo 20.796…
Potevo scrivere che il log 2.75 elevato al cubo è uguale a
3 x log 2.75.
Riassumendo: con i logaritmi posso trasformare le moltiplicazioni in addizioni e le divisioni in sottrazioni. Ma cosa ancora più utile eseguire le potenze semplicemente moltiplicando il

logaritmo del numero per l’ esponente.
Se voglio calcolare 8.123 elevato a 3.74 dovrei sudare molto. Con i logaritmi: 3.74 x log 8.123. Cerco sulle tabelle il numero che ha come logaritmo il risultato della moltiplicazione e il gioco è fatto. Al contrario se devo estrarre la radice quadrata o cubica di un numero divido il log di quel numero rispettivamente per 2 o per 3, cerco il numero che ha come log il risultato, e sono a posto…

Esempio: estrarre la radice quadrata di 25

(Log 25) / 2 = 1.397 / 2 = 0.69897 corrisponde a 5

la radice quadrata di 25 è 5

Altro esempio: estrarre la radice ennesima di 35.7, dove n=2.7

(log 35.7) / 2.7 = 1.544 / 2.7 = 0.57187 corrisponde a 3.73..

Significa che 3.73^2.7 = 35.7

Il dB non è altro che il logaritmo di un rapporto. Un esempio radio amatoriale: un cavo di lunghezza n metri attenua 3 dB. Vediamo come si arriva a questo valore: potenza del finale = 10 W, potenza misurata all' arrivo del cavo = 5 W.

dB = 10 log 5/10 come dire dB = 10 log 0.5

Il log 0.5 = -0.3 (dalle tabelle) quindi attenuazione = 10 x -0.3=
= -3 dB

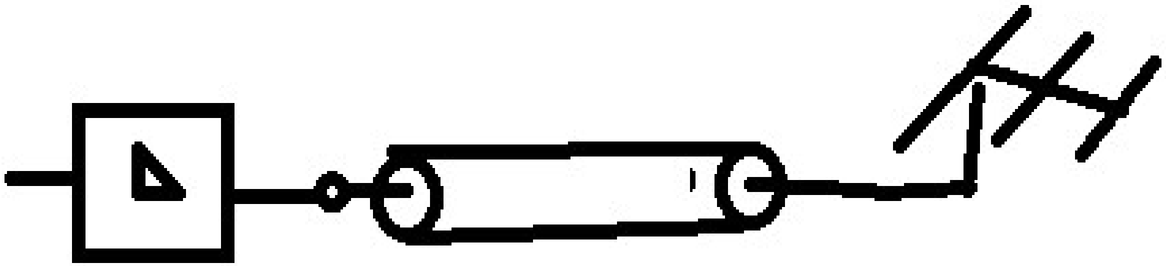
La potenza di ingresso di un lineare è 5 W. La potenza di uscita E' 50 W. Quant' è il guadagno in dB?

dB = 10 log 50 / 5 = 10 log 10 (il log 10 e' 1)

quindi 10 x 1 = 10 dB. Il lineare guadagna 10 dB

Nella formula appare sempre il numero 10 log perché stiamo usando un sottomultiplo del Bell appunto il dB, come dire che l' amplificatore cui sopra guadagna 1 Bell. Analogia con i condensatori, si usano i sottomultipli del Farad (micro, nano pico ecc.) perchè il Farad è una unità troppo grande.

Avrete notato, nell' esempio del cavo, che -3 dB corrisponde al dimezzamento della potenza. Se usassi un cavo di lunghezza doppia avrei il doppio dell' attenuazione, cioè 6 dB.
Qual' è la potenza che arriva all' antenna? 2.5 W. I primi 3 db mi hanno dimezzato la potenza, da 10 a 5 W, i secondi 3 dB me l' hanno dimezzato ancora, da 5 a 2.5. Ben 7.5 W persi per scaldare il cavo…La cosa peggiora se il nostro finale ha 1000 W, con i primi 3 dB perdo 500 W, con gli altri 3 dB perdo ulteriori 250 W. 750 W persi in calore sul cavo…
I numeri positivi indicano un guadagno, i numeri negativi indicano le attenuazioni. Attenzione però a come ci esprimiamo: dire che un attenuatore attenua -3 dB
vuol dire che l' **attenuazione** è negativa quindi amplifica.
L' attenuazione va espressa con numeri positivi, la parola "attenuazione" significa già segno negativo (-).



Ingresso 1.5 W amplificaz. 5.75 attenuazione 1.73
uscita ampl. 1.5*5.75 = 8,625 all' antenna 8,625/1,73 = 4,98 W

ingresso 2 dBm, amplificaz. 6 dB, attenuazione 1,1 dB
uscita ampl. 2 + 6 = 8 dBm all' antenna 8 - 1,1 = 6,9 dBm

Questo e' un semplice esempio dell' uso dei dB: nel primo esempio devo effettuare moltiplicazioni e divisioni, Nel secondo esempio, con i dB, solo addizioni e sottrazioni. Negli esempi sopra, i valori sono casuali e non hanno corrispondenza tra loro.

Con i dB si possono esprimere anche valori di potenza, tensione e corrente. Quando il dB viene usato per esprimere una grandezza elettrica, viene aggiunto un suffisso che indica la grandezza che usiamo come riferimento: dBm significa che stiamo esprimendo una potenza, la m indica milliWatt. dBv significa che stiamo esprimendo tensione, v significa Volt. Quindi mW o V è il nostro riferimento. Esprimiamo sempre un rapporto tra una potenza e il riferimento. La potenza di 10 mW è 10 volte 1 mW, quindi 10 log(10/1) = 10mW/1mW = 10, Log 10 = 1, quindi 10*1 = 10 dBm. La potenza di 20 mW a quanti dBm corrispondono? 10 log(20mW/1mW) = 10 Log 20, il logaritmo di 20 vale 1.3, otteniamo 10*1.3= 13 dBm

Alcuni esempi:

$$\text{dBm} = 10 \log \frac{10 \text{ mW}}{1 \text{ mW}} = 10 \log 10 \ (\log 10 = 1) = 10 \text{ dBm}$$

10 mW sono 10 volte 1 mW.

$$\text{dBm} = 10 \log \frac{1 \text{ mW}}{1 \text{ mW}} = 10 \log 1 \ (\log 1 = 0) = 0 \text{ dBm}$$

$$\text{dBm} = 10 \log \frac{0.01 \text{ mW}}{1 \text{ mW}} = 10 \log 0.01 \ (\log 0.01 = -2)$$

$$= -20 \text{ dBm}$$

+3 dBm corrispondono a 2 mW (ogni 3 db c’è un raddoppio)
0 dBm = 1 mW, quindi 0 + 3 = +3 dBm → 2 mW
+6 dBm = 4 mW, +9 dBm = 8 mW ecc.
+10 dBm sono 10 mW, +20 dBm sono 100 mW
+30 dBm sono 1 W (1000 mW, log 1000 = 3)
+27 dBm sono 0.5 W (30 dBm – 3 dB = 27, ogni -3 dB c’è un dimezzamento della potenza)
+24 dBm = 0.25 W o 250 mW, ulteriore dimezzamento
+60 dBm sono 1 KW (1 milione di mW)
+63 dBm = 2 KW (3 dB corrisponde al raddoppio)
La differenza tra 1 KW e 2 KW? 3 dB (così pochi?…)

$$\text{dBm} = 10 \log \frac{0.001\ \text{mW}}{1\ \text{mW}} = 10 \log -3\ (-3 = \log 0.001) = -30\ \text{dBm}$$

Corrisponde ad 1/1000 di mW, cioè 1 microW (un milionesimo di W)

-60 dBm corrispondono a 1 picoW (1 milionesimo di mW, e 1 miliardesimo di W).
-63 dBm corrispondono a 0,5 picoW

Ricapitolando: quando esprimiamo un valore assoluto di potenza o tensione, i numeri positivi indicano che il rapporto tra la grandezza in esame (potenza o tensione) rispetto al riferimento è maggiore di 1 (cioè 1.5, 2, 5, 8 ecc),
i numeri negativi indicano che il rapporto è inferiore a 1 (0.2, 0.8 ecc.)

Analogamente al dBm, il dBv esprime un rapporto tra tensioni con riferimento il Volt: 10 dBv significa una tensione è 10 volte maggiore del riferimento (1 V). Valgono tutte le regole esposte sopra con il dBm

Proviamo a complicarci la vita (se mai ce ne fosse bisogno…)

Quanti dBv ci sono su una resistenza di 50 Ohm quando questa dissipa 0 dBm (1 mW)?

Scriviamo i dati con le formule espresse in precedenza parlando della legge di Joule:

$$\text{Potenza} \quad 0.001\ \text{W} = \frac{V^2}{R} \quad \text{quindi } V^2 = 0.001 \times 50$$

Esprimiamo questa formula applicando le regole dei logaritmi:

V^2 è come scrivere 2 x 10 log V cioè 20 log V quindi

$$20 \log V = 10 \log 0.001 + 10 \log 50 = -30 + 16.9897 = -13.0103$$

$$\text{Log } V = \frac{-13.0103}{20} = -0.65\ \text{dBv corrispondono a } 0.223\ \text{V}$$

Applichiamo la legge di Joule e verifichiamo se con quella tensione la resistenza di 50 Ohm dissipa 1 mW:
P = V^2 / R = 0.223^2 / 50 = 0,00099 W appunto…

Potenza dissipata da una resistenza di 600 Ohm con 1 V:
1^2 / 600 = 0.0016..poco più di 1 mW. Per questo si è convenuto che 0 dBm (1 mW) corrispondono a 0 dBv solo ed esclusivamente se l' impedenza è 600 Ohm.
Solo in questo caso per esempio, -6 dBv corrispondono a -6 dBm. In tutti gli altri casi in cui l' impedenza è diversa da 600 Ohm i dBv si ottengono sottraendo ai dBm il fattore correttivo

che equivale a $10 \log \dfrac{600}{Zx}$

Per dissipare 10 dBm, quanti dBv ci sono su un' impedenza di 50 Ohm?

$$\text{dBv (su 50 Ohm)} = 10 - 10 \log \frac{600}{50} \qquad (600/50 = 12)$$

dBv (su 50 ohm) = 10 - 10 log 12 = 10 -10,79 = -0,79 dBv

Se l’ impedenza fosse di 150 Ohm il fattore correttivo sarebbe
10 log 600/150 cioè 10 log 4 = 6 dB
dBv (su 150 ohm) = 10 – 6 = 4 dBv

I dati sono plausibili, se diminuiamo la resistenza mantenendo costante la potenza dissipata, dobbiamo diminuire la tensione.

La slide seguente dimostra quanto detto sopra:

usiamo la legge di Joul. Pb è 1 mW = circa 1 V / 600 Ohm

$$dBm = 10\text{Log}\,\frac{Pa}{Pb} = \frac{Va^2/Ra}{1^2/600} = \frac{Va^2}{Ra} * \frac{600}{1^2}$$

$$= \frac{Va^2}{1^2} * \frac{600}{Ra} = (Va/1)^2 * 600/Ra$$

Con i logaritmi

$$dBm = 10\ \text{Log}(Va/1)^2 + 10\ \text{Log}(Rb/Ra) \quad 2 * 10\ \text{Log}(Va/1)$$

$$dBm = 20\text{Log}(Va/1) + 10\text{Log}(600/Ra)$$

$$dBm - 10\text{Log}(600/Ra) = dBv$$

Bei discorsi, ma a che servono ?
Innanzi tutto con i dB possiamo indicare le attenuazioni e le amplificazioni come abbiamo visto.
Altre grandezze espresse in dB:
Sensibilità di un amplificatore: la potenza minima che riesce ad amplificare es. -120 dBm
La potenza massima che puo' amplificare senza distorcere Es. -10 dBm
La dinamica di un amplificatore e' la differenza in dB tra la potenza massima e la minima nell' esempio:

$$-10 - (-120) = 110 \text{ dB}$$

In dB si indica il rapporto segnale / rumore, esprime la differenza tra la potenza del segnale e del rumore: segnale -10 dBm, rumore -60 dBm, S/N = -10 –(-60) = 50 dB

Ancora, la figura di rumore. Indica di quanto viene peggiorato il rapporto segnale/rumore tra il segnale entrante in un amplificatore, che amplifica 10 dB, e il rapporto segnale/rumore in uscita: (S/N)in / (S/N)out come dire (Sin/Nin) x (Nout/Sout).
Con i dB: -10 –(-60) + (-59 + 10) –(-10 + 10) = 1 dB (magari…)
L' amplificatore ha aggiunto 1 db di rumore a quello già presente a causa dall' inevitabile rumore termico.

Noi radioamatori, quando diamo il rapporto di ricezione, indichiamo anche il parametro S (signal) che e' un numero compreso tra 0 e 9 ed eventualmente un certo numero di dB ad esempio S9+10. Cosa significa? Che il segnale è 10 dB sopra il livello di S9, ma un punto S quanto vale?

Un segnale di intensità S0 significa che il segnale ricevuto è circa 0.1 microVolt. Lo 0 sta ad indicare il logaritmo del rapporto

$$\frac{0.1\ uV}{0.1\ uV} = 1 \rightarrow \log 1 = 0 \quad \text{quindi } S0 = 0.1\ uV$$

0.1 uV rappresenta il nostro termine di paragone.
Ogni punto S rappresenta un raddoppio di tensione e vale 6 dB. Perché 6? Poiché nella formula $P=V^2 / R$ la V è al quadrato e per le proprietà dei logaritmi il quadrato di un numero vuol dire moltiplicare per 2 il suo logaritmo. Per cui se per i dBm si ha un raddoppio o un dimezzamento ogni 3 dB, per i dBv ciò avviene ogni 6 dB, quindi S1 vale 0.2 uV, + 6 dB, S2 = 0.4 uV, altri 6 dB e così via.

La tabella seguente, recuperata da internet, mostra il valore in dBu (dBmicrovolt) e dBm nella gamma delle frequenze sotto i 30 MHz e sopra i 30 MHz stabilite dalla IARU:

S-METER standard IARU regione 1

Frequenze Superiori a 30 MHz				Frequenze Inferiori a 30 MHz		
dBm	Potenza	V/50	S-METER	V/50	Potenza	dBm
-33dBm	501,181nW	5mV	S9 + 60	50,059mV	50,119uW	-13dBm
-43dBm	50,118nW	1,58mV	S9 + 50	15,830mV	5,012uW	-23 dBm
-53dBm	5,012nW	500uV	S9 + 40	5,006mV	501,181nW	-33dBm
-63dBm	501,168pW	158uV	S9 + 30	1,583mV	50,118nW	-43 dBm
-73dBm	50,118pW	50uV	S9 + 20	500,586uV	5,012nW	-53 dBm
-83dBm	5,012pW	15,8uV	S9 + 10	158,298uV	501,168pW	-63 dBm
-93dBm	501,219fW	5uV	S9	50,059uV	50,118pW	-73 dbm
-99dBm	125,903fW	2,5uV	S8	25,089uV	12,589pW	-79 dBm
-105dBm	31,626fW	1,25uV	S7	12,575uV	3,162pW	-85 dBm
-111dBm	10,000fW	0,62uV	S6	6,302uV	794,373fW	-91 dBm
-117dBm	1,996fw	0,31uV	S5	3,159uV	199,542fW	-97 dBm
-123dBm	0,501fW	0,16uV	S4	1,583uV	50,124fW	-103 dBm
-129dBm	0,126fW	0,078uV	S3	793,434nV	12,591fW	-109 dBm
-135dBm	0,032fW	0,039uV	S2	397,663nV	3,163fW	-115 dBm
-141dBm	0,008fW	0,019uV	S1	199,306nV	0,794fW	-121 dBm

Figura 1